

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор Высшей школы**  
**современной математики**  
**А.Н. Соболевский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Функциональный анализ
<b>по направлению:</b>	Математика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная математика
	Высшая школа современной математики
	Высшая школа современной математики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

4 (весенний) - Экзамен

5 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 108 час.

Подготовка к экзамену: 60 час.

Всего часов: 288, всего зач. ед.: 8

Программу составил: А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

## Аннотация

Курс функционального анализа является базовым курсом и призван в пятом семестре познакомить слушателей с основами теории функциональных пространств и линейных операторов в них. Эти знания необходимы для освоения современной теории вероятностей, теории случайных процессов, теории уравнений с частными производными и математической физики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Изучение основ функционального анализа для дальнейшего использования в других математических дисциплинах аналитического цикла; формирование математической культуры, исследовательских навыков. в том числе для решения вычислительных задач, и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области функционального анализа;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в соотнесении результатов функционального анализа с контекстом других математических дисциплин

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Основные понятия функционального анализа.

уметь:

Разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Метрические пространства и нормированные пространства.	4	4		9
2	Топологические пространства и компакты.	6	6		9
3	Теоремы о неподвижных точках.	2	2		4
4	Гильбертовы пространства.	4	4		6
5	Линейные операторы и функционалы.	2	2		4
6	Теорема Хана – Банаха.	2	2		4
7	Сопряженные пространства.	2	2		4
8	Основные теоремы о линейных операторах.	2	2		4
9	Слабые топологии.	4	4		6
10	Компактные операторы.	2	2		4
11	Локально выпуклые пространства и обобщенные функции.	4	4		8
12	Преобразование Фурье интегрируемых функций.	4	4		6
13	Преобразование Фурье квадратично интегрируемых функций.	4	4		8
14	Преобразование Фурье обобщенных функций.	2	2		4
15	Дифференциальные уравнения с обобщенными функциями.	2	2		4
16	Пространства Соболева.	2	2		4
17	Спектр оператора.	2	2		4
18	Самосопряженные и унитарные операторы.	4	4		6
19	Спектральная теорема.	4	4		6
20	Представление самосопряженного оператора в виде интеграла по проекторнозначной мере.	2	2		4

Итого часов	60	60		108
Подготовка к экзамену	60 час.			
Общая трудоёмкость	288 час., 8 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 4 (Весенний)

##### 1. Метрические пространства и нормированные пространства.

Непрерывные отображения.

Определения и примеры метрических и нормированных пространств.

Пространства непрерывных функций, интегрируемых функций и пространства последовательностей.

Полнота и сепарабельность.

Непрерывные отображения и изометрии.

Теорема о вложенных шарах.

Теорема Бэра.

Изометричность метрического пространства  $M$  части банахова пространства  $B(M)$  и существование пополнения  $M$ .

##### 2. Топологические пространства и компакты.

Общие топологические пространства.

Компактные множества и их свойства.

Вполне ограниченные множества.

Критерий вполне ограниченности в терминах фундаментальных последовательностей.

Равносильность различных определений компакта в метрическом пространстве.

Эквивалентность норм на конечномерном пространстве.

Некомпактность шара в бесконечномерном нормированном пространстве.

Критерии компактности в пространствах ограниченных функций, функций, непрерывных на отрезке (теорема Асколи – Арцела) и гильбертовом пространстве.

##### 3. Теоремы о неподвижных точках.

Теорема Банаха о сжимающих отображениях.

Выпуклые компакты.

Теорема Шаудера о неподвижной точке.

Примеры.

##### 4. Гильбертовы пространства.

Евклидовы и гильбертовы пространства.

Ортонормированные системы и базисы.

Неравенство Бесселя.

Равенство Парсеваля.

Существование ортогональной проекции и ортогонального разложения в гильбертовом пространстве.

Существование ортонормированного базиса в сепарабельном евклидовом пространстве и в произвольном гильбертовом пространстве.

Примеры базисов.

Теорема Рисса – Фишера об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств.

## 5. Линейные операторы и функционалы.

Линейные операторы и линейные функционалы.

Норма оператора и непрерывность оператора.

Теорема Банаха – Штейнгауза.

## 6. Теорема Хана – Банаха.

Теорема Хана – Банаха о продолжении линейных функционалов и ее следствия.

Отделение выпуклых множеств.

## 7. Сопряженные пространства.

Сопряженные к банаховым пространства.

Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на гильбертовом пространстве.

Явный вид сопряженных к конкретным пространствам.

Изометрическое вложение нормированного пространства во второе сопряженное.

Сопряженный оператор.

## 8. Основные теоремы о линейных операторах.

Теоремы об обратном операторе и замкнутом графике.

Теорема Банаха об обратном операторе.

Теорема о замкнутом графике.

Применения.

## 9. Слабые топологии.

Топология двойственности.

Слабая и  $*$ -слабая топологии.

Слабая сходимости в банаховом пространстве и  $*$ -слабая сходимости в сопряженном.

Ограниченность слабо ограниченных множеств.

Слабая сходимости в гильбертовом пространстве и в  $C[a,b]$ .

Выделение  $*$ -слабо сходящейся подпоследовательности из ограниченной последовательности функционалов на сепарабельном банаховом пространстве.

Случай гильбертова пространства.

Теорема о  $*$ -слабой компактности шара в сопряженном пространстве.

## 10. Компактные операторы.

Определение компактного оператора.

Свойства компактных операторов.

Примеры компактных и некомпактных операторов в банаховых пространствах.

Критерии компактности оператора в гильбертовом пространстве.

## Семестр: 5 (Осенний)

## 11. Локально выпуклые пространства и обобщенные функции.

Понятие о локально выпуклом пространстве. Примеры.

Пространства  $D$  и  $S$  и сходимости в них.

Обобщенные функции классов  $D'$  и  $S'$ .

Производная обобщенной функции.

Носитель и сингулярный носитель.

## 12. Преобразование Фурье интегрируемых функций.

Основные свойства преобразования Фурье интегрируемых функций (непрерывность, ограниченность, производная преобразования Фурье, преобразование Фурье производной).

Формула обращения для преобразования Фурье в случае интегрируемого преобразования Фурье.

Формула обращения в точках дифференцируемости.

Преобразование Фурье в  $S$  и его непрерывность.

## 13. Преобразование Фурье квадратично интегрируемых функций.

Равенство Парсеваля для интегралов Фурье.

Инъективность преобразования Фурье.

Полнота системы функций Эрмита.

Преобразование Фурье квадратично интегрируемых функций и теорема Планшереля.

Вейвлеты.

## 14. Преобразование Фурье обобщенных функций.

Преобразование Фурье в  $S'$ .

Преобразование Фурье дельта-функции.

Согласованность преобразований Фурье в разных пространствах.

## 15. Дифференциальные уравнения с обобщенными функциями.

Дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами в  $D'$  и  $S'$ .

Теоремы Хёрмандера и Мальгранжа – Эренпрайса.

Свертка интегрируемых функций.

Свертка обычной и обобщенной функций.

Использование преобразования Фурье и свертки для решения дифференциальных уравнений.

## 16. Пространства Соболева.

Пространства  $S.L.$  Соболева и их характеристика через пополнение по соболевской норме.

Описание пространств Соболева функций с квадратично интегрируемыми производными через преобразование Фурье.

Теоремы вложения.

## 17. Спектр оператора.

Сохранение обратимости при малых возмущениях.

Замкнутость спектра, включение его в круг радиуса, равного норме оператора, и непустота.

Спектр диагонального оператора.

Норма и спектр оператора умножения на функцию.

Понятие о банаховой алгебре.

Спектр компактного оператора.

Строение спектра компактного оператора в бесконечномерном пространстве.

Альтернатива Фредгольма.

## 18. Самосопряженные и унитарные операторы.

Самосопряженный оператор и его квадратичная форма.

Критерий Вейля и вещественность спектра самосопряженного оператора.

Равенство нормы самосопряженного оператора максимальному модулю точек его спектра и супремуму модуля его квадратичной формы на единичном шаре.

Теорема Гильберта – Шмидта о компактных самосопряженных операторах.

Унитарные операторы и унитарная эквивалентность операторов.

Спектр оператора преобразования Фурье и спектр оператора свертки.

#### 19. Спектральная теорема.

Теорема об отображении спектров для многочленов.

Непрерывные функции от самосопряженных операторов.

Циклические векторы.

Эквивалентность самосопряженного оператора с циклическим вектором оператору умножения на аргумент.

Эквивалентность общего самосопряженного оператора оператору умножения на функцию.

Борелевские функции от самосопряженных операторов.

Приведение к виду умножения на функцию унитарных операторов.

#### 20. Представление самосопряженного оператора в виде интеграла по проекторнозначной мере.

Проекторнозначные меры.

Проекторы и проекторнозначные меры.

Представление самосопряженного оператора в виде интеграла по проекторнозначной мере.

Явное вычисление спектральной меры для оператора умножения на аргумент и для проектора.

Понятие о неограниченном самосопряженном операторе.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

### 6.Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Элементы теории функций и функционального анализа, Электронная версия печатной публикации / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2009

#### Дополнительная литература

1. Функциональный анализ [Текст]/Л. В. Канторович, Г. П. Акилов, -Невский Диалект, 2004%аСПб
2. Методы современной математической физики [Текст] : [в 4 т.] : [учеб. пособие для вузов]. Т. 1. Функциональный анализ / М. Рид, Б. Саймон ; пер. с англ. А. К. Погребкова, В. Н. Сушко ; под ред. М. К. Поливанова ; предисл. Н. Н. Боголюбова .— М. : Мир, 1977 .— 358 с.
3. Методы современной математической физики [Текст] : [в 4 т.] : [учеб. пособие для вузов]. Т. 2. Гармонический анализ. Самосопряженность / М. Рид, Б. Саймон ; пер. с англ. А. К. Погребкова, В. Н. Сушко ; под ред. М. К. Поливанова .— М. : Мир, 1978 .— 395 с.

### 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://old.mccme.ru/ium/courses.php>

<https://library.mccme.ru/>

### 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).



**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Математика  
**профиль подготовки:** Фундаментальная математика  
Высшая школа современной математики  
Высшая школа современной математики  
**курс:** 2  
**квалификация:** бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

4 (весенний) - Экзамен

5 (осенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Функциональный анализ» обучающийся должен:

### знать:

Основные понятия функционального анализа.

### уметь:

Разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

### владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельной работы.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к экзамену за первый семестр:

1. Метрические пространства и нормированные пространства. Непрерывные отображения. Определения и примеры метрических и нормированных пространств. Пространства непрерывных функций, интегрируемых функций и пространства последовательностей. Полнота и сепарабельность. Непрерывные отображения и изометрии. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра. Изометричность метрического пространства  $M$  части банахова пространства  $B(M)$  и существование пополнения  $M$
2. Топологические пространства и компакты. Общие топологические пространства. Компактные множества и их свойства. Вполне ограниченные множества. Критерий вполне ограниченности в терминах фундаментальных последовательностей. Равносильность различных определений компакта в метрическом пространстве. Эквивалентность норм на конечномерном пространстве. Некомпактность шара в бесконечномерном нормированном пространстве. Критерии компактности в  $B(X)$ ,  $C[a,b]$  (теорема Асколи – Арцела) и гильбертовом пространстве
3. Теоремы о неподвижных точках. Теорема Банаха о сжимающих отображениях. Выпуклые компакты. Теорема Шаудера о неподвижной точке. Примеры
4. Гильбертовы пространства. Евклидовы и гильбертовы пространства. Ортонормированные системы и базисы. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Существование ортогональной проекции и ортогонального разложения в гильбертовом пространстве. Существование ортонормированного базиса в сепарабельном евклидовом пространстве и в произвольном гильбертовом пространстве. Примеры базисов. Теорема Рисса – Фишера об изоморфизме сепарабельных гильбертовых пространств
5. Линейные операторы и функционалы. Линейные операторы и линейные функционалы. Норма оператора и непрерывность оператора. Теорема Банаха – Штейнгауза
6. Теорема Хана – Банаха. Теорема Хана – Банаха о продолжении линейных функционалов и ее следствия. Отделение выпуклых множеств
7. Сопряженные пространства. Сопряженные к банаховым пространства. Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала в гильбертовом пространстве. Явный вид сопряженных к конкретным пространствам. Изометрическое вложение нормированного пространства во второе сопряженное. Сопряженный оператор
8. Теоремы об обратном операторе и замкнутом графике. Теорема Банаха об обратном операторе. Теорема о замкнутом графике. Применения
9. Слабые топологии. Топология двойственности. Слабая и \*-слабая топологии. Слабая сходимость в банаховом пространстве и \*-слабая сходимость в сопряженном. Ограниченность слабо ограниченных множеств. Слабая сходимость в гильбертовом пространстве и в  $C[a,b]$ . Выделение \*-слабо сходящейся подпоследовательности из ограниченной последовательности функционалов на сепарабельном банаховом пространстве. Случай гильбертова пространства. Теорема о \*-слабой компактности шара в сопряженном пространстве
10. Компактные операторы. Определение компактного оператора. Свойства компактных операторов. Примеры компактных и некомпактных операторов в банаховых пространствах. Критерии компактности оператора в гильбертовом пространстве

Пример экзаменационного билета:

- 1) Метрическое пространство, определение сходимости в нем.
- 2) \*-слабая компактность шара в сопряженном пространстве.

Вопросы к экзамену за второй семестр:

1. Локально выпуклые пространства и обобщенные функции. Понятие о локально выпуклом пространстве. Примеры. Пространства  $D$  и  $S$  и сходимость в них. Обобщенные функции классов  $D'$  и  $S'$ . Производная обобщенной функции. Носитель и сингулярный носитель

2. Преобразование Фурье интегрируемых функций. Основные свойства преобразования Фурье интегрируемых функций (непрерывность, ограниченность, производная преобразования Фурье, преобразование Фурье производной). Формула обращения для преобразования Фурье в случае интегрируемого преобразования Фурье. Формула обращения в точках дифференцируемости. Преобразование Фурье в  $S$  и его непрерывность
3. Преобразование Фурье квадратично интегрируемых функций. Равенство Парсеваля для интегралов Фурье. Инъективность преобразования Фурье. Полнота системы функций Эрмита. Преобразование Фурье квадратично интегрируемых функций и теорема Планшереля. Вейвлеты
4. Преобразование Фурье обобщенных функций. Преобразование Фурье в  $S'$ . Преобразование Фурье дельта-функции. Согласованность преобразований Фурье в разных пространствах
5. Дифференциальные уравнения с обобщенными функциями. Дифференциальные операторы с постоянными коэффициентами в  $D'$  и  $S'$ . Теоремы Хёрмандера и Мальгранжа – Эренпрайса. Свертка интегрируемых функций. Свертка обычной и обобщенной функций. Использование преобразования Фурье и свертки для решения дифференциальных уравнений
6. Пространства Соболева. Пространства  $S, L, H$ . Соболева и их характеристика через пополнение по соболевской норме. Описание пространств Соболева функций с квадратично интегрируемыми производными через преобразование Фурье. Теоремы вложения
7. Спектр оператора. Сохранение обратимости при малых возмущениях. Замкнутость спектра, включение его в круг радиуса, равного норме оператора, и непустота. Спектр диагонального оператора. Норма и спектр оператора умножения на функцию. Понятие о банаховой алгебре. Спектр компактного оператора. Строение спектра компактного оператора в бесконечномерном пространстве. Альтернатива Фредгольма
8. Самосопряженные и унитарные операторы. Самосопряженный оператор и его квадратичная форма. Критерий Вейля и вещественность спектра самосопряженного оператора. Равенство нормы самосопряженного оператора  $A$  максимальному модулю точек его спектра и супремуму модуля его квадратичной формы на единичном шаре. Теорема Гильберта – Шмидта о компактных самосопряженных операторах. Унитарные операторы и унитарная эквивалентность операторов. Спектр оператора преобразования Фурье и спектр оператора свертки
9. Спектральная теорема. Теорема об отображении спектров для многочленов. Непрерывные функции от самосопряженных операторов и равенство нормы многочлена  $f$  от самосопряженного оператора  $A$  максимуму модуля  $f$  на спектре  $A$ . Циклические векторы. Эквивалентность самосопряженного оператора с циклическим вектором оператору умножения на аргумент. Эквивалентность общего самосопряженного оператора оператору умножения на функцию. Борелевские функции от самосопряженных операторов. Приведение к виду умножения на функцию унитарных операторов
10. Проекторнозначные меры. Проекторы и проекторнозначные меры. Представление самосопряженного оператора в виде интеграла по проекторнозначной мере. Явное вычисление спектральной меры для оператора умножения на аргумент и для проектора. Понятие о неограниченном самосопряженном операторе

Пример экзаменационного билета:

- 1) Теорема Гильберта-Шмидта.
- 2) Проекторнозначные меры.

#### Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;

- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 40 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не может продолжаться более двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору экзаменатора.